

Introdução Histórica à Mecânica dos Sólidos¹

O estudo da resistência dos materiais, ou seja, do uso de materiais com fins estruturais, é a disciplina central na formação de várias modalidades da engenharia. E não é à toa que se trata de disciplina obrigatória em quase todas as engenharias. Quase toda realização humana concreta (não apenas intelectual ou virtual), seja ela um prédio, uma máquina, um equipamento ou mesmo uma obra de arte (plástica), precisa de um suporte estrutural, algo que possa realizar mecanicamente sua função, isto é, que faça a interação entre a idéia, o software, e o mundo físico real, o hardware. A estrutura mecânica é o esqueleto que suporta as edificações, os mecanismos e as esculturas.

Estruturas mecânicas são essenciais em automóveis e aviões, em foguetes e estações espaciais, em arranha-céus e pontes, em placas de computador e discos rígidos e até no empacotamento de circuitos integrados e dispositivos, nos microsistemas e, mais recentemente, nos nanosistemas.

Em cada uma de suas áreas de aplicação, a resistência das estruturas coloca limites à criatividade do homem e ao desempenho dos sistemas que ele desenvolve. Isto impulsiona há milênios o estudo cada vez mais aprofundado da resistência dos materiais na busca de superar estes limites e de otimizar a realização das estruturas, economizando matéria-prima, poupando o meio ambiente e aumentando a segurança. Exemplos disso são as limitações em alturas de prédios e em vãos de pontes e espaços cobertos, a otimização de peso em estruturas aeroespaciais e a segurança de aviões e de automóveis.

Desde as origens da civilização há registros de esforços para entender e sistematizar a construção de edifícios. A escrita, uma das primeiras provas do desenvolvimento intelectual do homem, data provavelmente de 4000 A.C. e nasceu no Egito e na Mesopotâmia. A origem da matemática, instrumento para o conhecimento do mundo físico, se situa na mesma época. O papiro de Rhind (antiquário egípcio), do qual existe cópia datada de 1650 A.C., atribuído a Imhotep (arquiteto e físico responsável pela construção de pirâmides por volta de 2950 A.C.), já traz problemas de aritmética e geometria, que eram úteis na realização das grandes construções da época (que certamente podemos chamar de “faraônicas”).



O papiro matemático de Rhind (cerca de 1650 A.C.)

Mas é na Grécia Helênica que reconhecemos o início do que podemos reconhecer como aventura do conhecimento humano moderno. Dois grandes nomes se destacam na origem da matemática grega: Thales de Mileto e Pitágoras, por volta do século VI A.C. Eles não deixaram documentos, mas seu conhecimento foi transmitido por tradição oral. Sabe-se que eles viajaram pelo Egito e Mesopotâmia.

¹ Baseada na introdução do livro de David H. Allen e Walter E. Haisler, “Introduction to Aerospace Structural Analysis”, John Wiley & Sons. Algumas partes são a tradução direta do referido texto.

Thales desenvolveu o método dedutivo e pode-se dizer que foi o pai do método científico. Já Pitágoras é tido como o primeiro matemático puro. Pitágoras teria conhecido Thales na sua juventude, quando Thales já era idoso. Entre outros assuntos, Pitágoras estudou a vibração de cordas, que são os elementos estruturais mais simples.

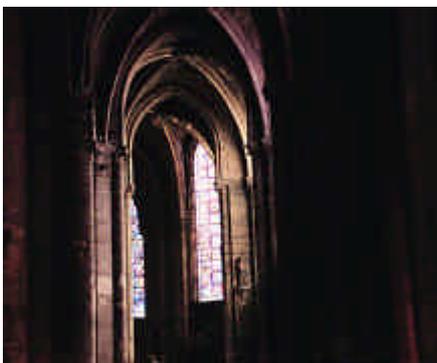
Em seguida, na era Alexandrina (século IV A.C. até 30 A.C., ano da conquista do Egito por Roma), outros dois nomes se destacam: Euclides e Arquimedes. Euclides pode ter sido egípcio. Ele nos deixou um dos livros mais influentes na história da humanidade, os “Elementos” (cerca de 300 A.C.). Arquimedes é tido como o pai da física matemática. Partindo de postulados ele desenvolveu as regras da estática no livro “Sobre o Equilíbrio dos Planos”. Ele desenvolveu muitos mecanismos para uso militar, descobriu o princípio da alavanca e a ele é atribuída a frase “dê-me um ponto de apoio e moverei a terra”.

Os Romanos herdaram o conhecimento dos gregos e contribuíram com uma invenção que teve grande impacto na arquitetura: o arco. Algumas pontes romanas sobrevivem até hoje na Europa.



Ponte Romana (Ponte de Fabricius, Rio Tibre, A.D. 62)

Depois da queda do império romano e ao longo de toda a idade média pouco se fez na Europa para o avanço da ciência. Pode-se citar, entretanto, o esforço para erguer catedrais, levando ao aperfeiçoamento do arco gótico, que permitiu a construção das grande catedrais, como Notre Dame e Chartres. Neste período o desenvolvimento da ciência continuou nos países árabes e na Índia. Desta época datam o desenvolvimento do números indu-árabes, que hoje utilizamos, e a introdução do zero. Aos árabes devemos ainda a transmissão dos conhecimentos dos gregos à Europa do renascimento.



Arco gótico e reforços externos laterais (Catedral de Chartres)

A retomada do desenvolvimento da ciência moderna na Europa veio com o renascimento, particularmente na Itália. O primeiro estudo ligado à resistência dos materiais é atribuído a Leonardo da Vinci (1452-1519), que se interessou pela resistência de fios metálicos, com os quais teria feito ensaios de tração. Mas a abordagem realmente científica, da maneira como concebemos a ciência hoje, se deve a Galileu Galilei (1564-1642). Nascido em Pisa, ele estudou na Universidade de Pisa. Os dois primeiros capítulos do seu livro “Diálogos sobre Duas Novas Ciências” tratam da resistência dos materiais. Ele discute a mecânica de barras e vigas engastadas.

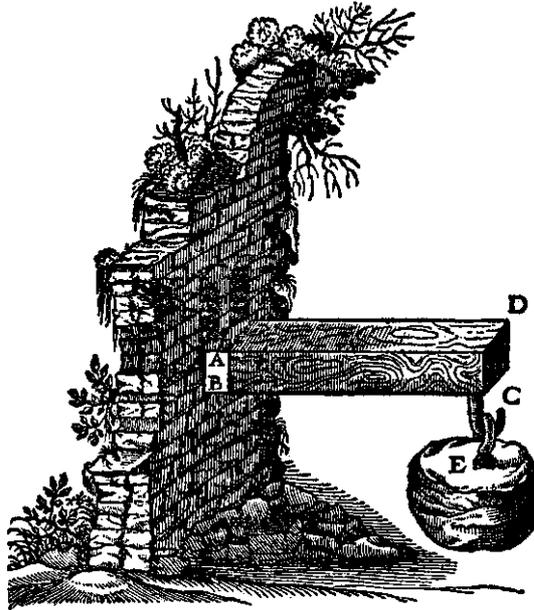


Fig. 17

Desenho de uma viga engastada no livro de Galileu Galilei

Durante a Segunda metade do século XVII, com a difusão da renascença por toda a Europa, assiste-se à criação das primeiras sociedades científicas modernas: a Royal Society em Londres e a Académie des Sciences de Paris. O primeiro curador para estudos experimentais da Royal Society, criada em 1662, foi Robert Hooke (1635-1703). Hooke nasceu na ilha de Wight e obteve seu Mestrado em Artes da Universidade de Oxford em 1662. Uma das suas maiores contribuições para a ciência foi a Lei de Hooke, descoberta em 1660 mas só publicada em 1676 (ele não tinha que fazer relatórios bienais para o CNPq...). Este foi talvez o primeiro resultado importante da mecânica dos sólidos elásticos. Na mesma época, na academia de ciências de Paris, Mariotte (1620-1684) também se dedicava ao estudo da resistência dos materiais. Em 1680 ele chegou aos mesmos resultados que Hooke de forma independente.

Um pouco depois aparece no cenário o maior nome da mecânica – Sir Isaac Newton. Nascido na Inglaterra, ele se formou em matemática no Trinity College, em Cambridge. A publicação em 1687 do seu livro “Philosophiae Naturalis Principia Mathematica” é um marco na história de ciência e lança as bases da mecânica, desenvolvendo, para isso, o cálculo diferencial. Sua teoria permite o estudo não só estático, mas também dinâmico das estruturas, com carregamentos variando no tempo, com por exemplo um veículo atravessando uma ponte, um prédio submetido a ventos e terremotos ou um avião submetido aos esforços aerodinâmicos.

Mas foi no século XVIII que a mecânica dos sólidos conheceu seu maior desenvolvimento. Os irmãos Bernoulli – Jacques e Johan – se interessaram pelo problema da viga em balanço estudado antes por Galileo. Jacques Bernoulli (1654-1705) foi o primeiro de uma linhagem de matemáticos da família Bernoulli. Originalmente de Anatólia, nos países baixos, a família mudou-se para Basel, na Suíça, no final do século XVII. Ele e seu irmão Johan (1667-1748) foram apontados como membros estrangeiros da academia francesa de ciência em 1699. Enquanto Jacques se dedicou principalmente

ao eixo de rotação em vigas e a problemas de dinâmica, Johan desenvolveu o princípio dos deslocamentos virtuais. Jacques foi o responsável pela solução do problema da braquistócrona (curva de tempo mínimo) usando o cálculo variacional. Foi o filho de Johan, Daniel (1700-1782), quem sugeriu ao seu aluno Leonard Euler (1707-1783) os princípios que levaram Euler a formular uma teoria de flexão em vigas, hoje denominada de Euler-Bernoulli.



Dispositivo de Galileu para estudar o problema da Braquistócrona e reprodução feita no curso de história da mecânica na FEM/UNCAMP

Leonard Euler nasceu em Basel e fez seus estudos na Universidade de Basel, mas fez a maior parte de sua carreira na Academia de São Petersburgo e na Academia de Berlim. Ele foi um dos mais prolíficos cientistas do século XVIII. Publicou vários livros e mais de 400 artigos científicos (o que é muito mesmo para os padrões de produtividade científica de hoje). Pode-se dizer que ele foi o pai da resistência dos materiais.

Joseph Luis Lagrange nasceu em Turim, na Itália, e cedo em sua carreira estabeleceu uma correspondência com Euler. Em 1759 foi eleito membro da Academia de Berlim por recomendação de Euler. Ele mudou-se para Berlim em 1766 onde publicou vários trabalhos importantes sobre cálculo variacional. Em 1787 ele mudou-se para Paris, onde juntou-se à recém criada École Polytechnique, no auge da Revolução Francesa. Ele trabalhou entre outros assuntos a flambagem de colunas, que foi a primeira aplicação correta das teoria de Euler sobre estabilidade estrutural.

No início do século XIX a ênfase começou a mudar de elementos estruturais de formas definidas como barras, colunas e vigas para sólidos tridimensionais de forma arbitrária. Apesar da derrota de Napoleão em Waterloo em 1815, a maior parte das conquistas nesta área foi feita na École Polytechnique e na École des Ponts et Chaussées, ambas em Paris. A caracterização das equações de campo elástico foram apresentadas por Navier (1785-1836) em 1821 e por Cauchy (1789-1857) em 1822. A formulação destes dois eminentes cientistas eram quase idênticas à exceção do fato de que Navier assumia que o material isotrópico era caracterizado por uma constante enquanto Cauchy assumia que havia duas constantes, o que se sabe hoje que é o correto. Esta polêmica perdurou por muitas décadas, provavelmente pela dificuldade em realizar experimentos acurados naquela época.

Ao mesmo tempo em que Navier e Cauchy estudavam o problema do campo elástico, Fourier (1768-1830) construía a teoria de campo térmico em um corpo de forma genérica. Seus resultados sobre condução foram publicados em 1822. Além disso devemos ao Barão Jean Baptiste Fourier a famosa série que leva seu nome.

Outro cientista famoso da École Polytechnique foi Duhamel (1797-1872). Ele foi o primeiro a estudar as tensões térmicas em detalhe e, em 1838, ele construiu um modelo acoplado, formulado de maneira similar em 1885 por Neumann (1798-1895). Atribui-se a ele ainda a primeira aplicação do princípio da superposição.

À formulação geral do campo elástico seguiu-se um rápido desenvolvimento do estudo de sólidos elásticos. Dada a formulação das equações diferenciais na forma geral, restava resolver os problemas de valor de contorno. Um grande número de cientistas europeus dedicou-se a isso nos anos que seguiram a publicação dos trabalhos de Navier e Cauchy. Entre estes podem-se citar Lamé (1795-1870) e Clapeyron, que estudaram na École Polytechnique e École des Mines, respectivamente. Ambos foram para o Instituto de Meios de Transporte em São Petersburgo e retornaram para a França em 1831. Em 1852 Lamé publicou seu texto “Leçons sur la Théorie Mathématique de l’Elasticité des Corps Solides”, o primeiro livro sobre a teoria da elasticidade.



Aluno da Escola Politécnica de Paris no final do século XVIII

Outros avanços importantes durante o século XIX se deveram ao cientista inglês Thomas Young (1773-1829), de quem vem o nome do módulo de Young, e a Poisson (1781-1840), associado de Cauchy na École Polytechnique, de quem vem o nome do coeficiente de Poisson.

O uso do potencial elástico é atribuído a George Green (1793-1841). De origem humilde, Green só publicou seu primeiro artigo em 1828. O cientista alemão Helmholtz (1821-1894) formulou em 1847 a teoria da conservação da energia que, junto com o trabalho de Green, serviu para resolver a controvérsia sobre a questão da constante elástica no final do século. Isto foi feito por Lord Kelvin (1824-1907), que usou a Segunda lei da termodinâmica para provar a existência da função potencial de Green em 1855.

Sem dúvida o maior pesquisador em teoria da elasticidade no século XIX foi Barré de Saint Venant (1797-1886). Ele entrou na École Polytechnique com 16 anos e era o primeiro de sua classe. Em Março de 1814 os alunos da Polytechnique foram convocados pelo exército francês e St. Venant desertou com base em motivos de consciência. Por isso ele foi expulso da École Polytechnique. Oito anos mais tarde ele foi aceito na École des Ponts et Chaussées, onde enfrentou protestos de seus colegas de classe, que se recusaram a sentar-se no mesmo banco que eles por dois anos. Apesar disso ele formou-se como melhor da turma e tornou-se professor da mesma escola, onde foi o primeiro a ensinar a teoria da elasticidade. Em 1868 foi eleito membro da Academia de Ciências, onde tornou-se a maior autoridade em mecânica. Ao final de sua vida ele dedicou-se ao estudo da plasticidade, que havia sido iniciado por Tresca em seu famoso artigo sobre fluência de 1864. Ele é conhecido hoje como o pai da teoria da elasticidade.

Outros grandes cientistas do século XIX foram Maxwell (1831-1879), que foi o primeiro a utilizar o método da fotoelasticidade, Voigt (1850-1919), cujo trabalho finalmente deu fim à controvérsia sobre a constante elástica, e Otto Mohr (1835-1918), que foi uma autoridade em métodos gráficos, como o círculo de Mohr.

Por esta época os cientistas voltaram seu interesse para os métodos de energia ou variacionais originalmente propostos por Johan Bernoulli e desenvolvidos por Euler e Lagrange. Alberto

Castigliano (1847-1884), nascido em Asti, Itália, apresentou sua famosa tese no Politecnico de Torino em 1873. O teorema de Castigliano ainda é largamente usado nos dias de hoje. O cientista inglês Lord Rayleigh (John William Strutt, 1842-1919) estudou no Trinity College da Universidade de Cambridge. No seu famoso tratado “The Theory of Sound”, publicado em 1877, ele usou métodos variacionais para resolver problemas de vibrações. Seu trabalho foi posteriormente aprofundado por Walter Ritz (1878-1909), resultando num dos métodos mais utilizados em análise de estruturas, o método de Rayleigh-Ritz.

Significativamente, o século XIX terminou com a publicação, em 1892, do livro de A. E. H. Love (1863-1940) intitulado “A Treatise on the Mathematical Theory of Elasticity”. Este texto é, talvez, o que causou maior impacto na área de análise estrutural ao longo do século XX.

Nos Estados Unidos, os cientistas da virada do século ignoravam os métodos analíticos desenvolvidos na Europa durante o século XIX. Foi Stephen P. Timoshenko (1878-1972) o responsável pela difusão destas teorias nos EUA. Ele nasceu na Ucrânia e estudou no Instituto de Meios de Transporte de São Petersburgo, enquanto dava aulas nos Institutos Politécnicos de São Petersburgo e de Kiev. A eclosão da primeira guerra mundial e a revolução soviética o levaram a deixar nos EUA e emigrar primeiro para a Iugoslávia, onde foi professor do Instituto de Zagreb por dois anos. Em 1922, então com 44 anos, emigrou para os EUA. Apesar de ser um cientista reconhecido na Europa, ele ficou ignorado e desconhecido nos EUA até que seus textos foram traduzidos para o inglês, após o que, em 1927, foi convidado para ser professor na Universidade de Michigan, onde permaneceu por nove anos. Em 1936 foi para Stanford, onde trabalhou os últimos 35 anos de sua vida. Seus textos são mundialmente famosos e ainda são adotados em muitas universidades em todo o mundo.

No século XX a engenharia aeronáutica foi uma das principais responsáveis pelo desenvolvimento da mecânica dos sólidos. A necessidade de diminuir o peso das estruturas das aeronaves impulsionou a análise estrutural. No início as estruturas de aviões consistiam de barras e cabos e eram revestidas de tecido. Com o desenvolvimento de ligas leves e resistentes de alumínio foi possível construir aviões mais seguros, duráveis e confortáveis. No começo a geometria dos aviões era simples, consistindo de tubos e vigas de seção constante, e as técnicas de análise estrutural existentes podiam ser empregadas. Entretanto, com o aumento da complexidade geométrica exigida pela otimização do peso e pelo aumento da velocidade (aeroelasticidade), foi necessário desenvolver os métodos matriciais, onde a estrutura podia ser subdividida em elementos para facilitar a análise. Isto ocorreu no início dos anos 50.

Inicialmente foi desenvolvido o método da flexibilidade, onde equações de compatibilidade eram montadas sendo as incógnitas as forças internas. Já em 1947 Levy aplicava o método da flexibilidade à análise de uma asa de seção variável como uma montagem de elementos estruturais. Cada elemento era idealizado de modo a ser caracterizado por uma relação forças/deslocamentos através de coeficientes de influência. Apesar de funcional, o método não proporcionava a precisão requerida no cálculo das tensões. Era preciso desenvolver modelos de elementos estruturais mais complexos, como cascas e painéis reforçados e isso se mostrou tarefa muito complexa usando o método da flexibilidade (ou das forças).

Em 1953, Levy propôs uma formulação alternativa onde o equilíbrio das forças era escrito em função de variáveis de deslocamento em pontos específicos da estrutura. As relações força/deslocamento eram calculadas em termos de coeficientes de rigidez, que podiam ser obtidos de forma mais simples. Em três anos o trabalho pioneiro de pesquisadores como Turner, Clough, Martin e Topp (1956) demonstrou a superioridade do método da rigidez (ou dos deslocamentos) para tratar estruturas complexas. O trabalho deles lançou as bases do que viria a ser conhecido como Método dos Elementos Finitos (MEF). Paralelamente ocorreu o desenvolvimento dos computadores digitais nos anos 50, provendo os meios de cálculo para a solução dos grandes sistemas de equações lineares gerados pelos novos métodos.

Por volta de 1960, o Método dos Elementos Finitos foi posto em bases sólidas por Argyris e Kelsey (1960) e por Melosh (1963). Seguiu-se um rápido desenvolvimento deste métodos com aplicações a placas, cascas e sólidos bi- e tri-dimensionais de forma arbitrária. A teoria do método foi revisada em textos como os de Zienkiewicz (1977) e Przemieniecki (1968), que se tornaram clássicos.

Hoje o MEF está consolidado como ferramenta universal para análise estrutural e existem inúmeros softwares comerciais extremamente elaborados que se baseiam nele (por exemplo NASTRAN e ANSYS). Além da análise estrutural, o MEF pode ser usado na análise de fluidos e sua interação com as estruturas, problemas de contato, fratura e fadiga, análise térmica e análise de campos eletromagnéticos. Esta característica é muito útil na modelagem de sistemas híbridos, como é o caso de sistemas microeletromecânicos (ou microssistemas), onde a interação entre os fenômenos estruturais, térmicos e eletromagnéticos pode ser muito forte.

Hoje uma das únicas limitações do MEF é a análise em frequências elevadas, onde o comprimento de onda é pequeno em relação às dimensões físicas da estrutura pois, neste caso, os modelos de elementos finitos são extremamente grandes e sua solução pode ser inviável, mesmo para os computadores mais modernos e potentes. Esta limitação tem levado ao desenvolvimento de métodos numéricos baseados em equações integrais, como Método dos Elementos de Contorno, e métodos de propagação de ondas (espectrais).

Campinas, Agosto de 2001

José Roberto de F. Arruda